**XXIII Всеукраїнська комплексна олімпіада з математики, фізики та інформатики**

****

**"*Турнір чемпіонів*"**

2016 р.

***Математика***

**Юніорська ліга**

1. Для яких натуральних  прямокутник  можна розрізати на прямокутники  і трьохклітинкові «куточки» так, щоб були наявними фігурки обох видів?
2. Дано рівносторонній трикутник . На продовженні сторони  за точку  вибрано точку , на продовженні сторони  за точку  – точку , на продовженні сторони  за точку  – точку  так, що  і . Знайти градусну міру кута .
3. Добре відомо, що . Менш відомо, що . Чи є вірним те, що для довільного натурального  існують  послідовних натуральних чисел таких, що сума квадратів перших  із них дорівнює сумі квадратів останніх ?
4. Про попарно різні дійсні числа , ,  відомо, що

.

Знайти усі можливі значення, яких може набувати .

1. В школі 30 гуртків, в кожному з яких займається 40 дітей. Для кожного  позначимо через  кількість дітей, які займаються рівно в  гуртках. Доведіть, що цій школі можна організувати 40 гуртків з 30 дітьми в кожному так, щоб числа  () для цих нових гуртків залишилися б тими ж самими.

**XXIII Всеукраинская комплексная олимпиада по математике, физике и информатике**

****

**"*Турнир чемпионов*"**

2016 г.

***Математика***

**Юниорская лига**

1. Для каких натуральных  прямоугольник  можно разрезать на прямоугольники  и трёхклеточные «уголки» так, чтобы были в наличии фигурки обоих видов?
2. Дан равносторонний треугольник . На продолжении стороны  за точку  выбрана точка , на продолжении стороны  за точку  – точка , на продолжении стороны  за точку  – точка  так, что  и . Найти градусную меру угла .
3. Хорошо известно, что . Менее известно, что . Верно ли, что для произвольного натурального  существуют  последовательных натуральных чисел таких, что сумма квадратов первых  из них равна сумме квадратов оставшихся ?
4. Про попарно различные действительные числа , ,  известно, что

.

Найти все возможные значения, которые может принимать .

1. В школе 30 кружков, в каждом из которых занимается 40 детей. Для каждого  обозначим через  количество детей, которые занимаются ровно в  кружках. Докажите, что этой школе можно организовать 40 кружков с 30 детьми в каждом так, чтобы числа  () для этих новых кружков остались бы теми же самыми.